

Министерство образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)"

Физтех-школа фундаментальной и прикладной физики

Факультет общей и прикладной физики

Кафедра квантовой теории поля и астрофизики

Изучение $SU(3)$ глюодинамики во вращающейся системе

Выпускная квалификационная работа

(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Работу выполнил:

студент 521 группы

Кузнецов Денис Денисович

Научный руководитель:

д.ф.-м.н.

Брагуа Виктор Валериевич

Москва, 2019

Содержание

1	Введение	2
2	Постановка задачи и теоретическое введение	3
2.1	Общая задача решеточного моделирования	3
2.2	Формулировка КХД во вращающейся системе	3
2.3	Понятие температуры в неинерциальной системе отсчета	6
2.4	Фазовый переход конфайнмент-деконфайнмент	7
2.5	Граничные условия	8
3	Характеристики вычислений	9
4	Результаты моделирования	9
4.1	Периодические граничные условия	9
4.2	Анализ эффектов конечного объема и дискретизация	12
4.3	Граничные условия Дирихле	13
5	Обсуждение результатов и заключение	15

1 Введение

На текущий момент теорией, наиболее полно и точно описывающей взаимодействия на ядерном и субъядерном уровне является Квантовая Хромодинамика (КХД). Лагранжиан КХД описывает калибровочные поля (глюоны), фермионные поля (кварки) и взаимодействие их друг с другом и между собой. Несмотря на кажущуюся простоту модели с точки зрения Лагранжева формализма, на квантовом уровне возникает широкий спектр явлений и нетривиальных свойств, в частности, конфайнмент (отсутствие асимптотических заряженных состояний при достаточно малых температурах) и восстановление киральной симметрии. Несмотря на то, что сама теория сильных взаимодействий была разработана еще достаточно давно (60-70 года 20 века), есть еще много открытых вопросов и направлений для дальнейших исследований. Например, на текущий момент неизвестен точно механизм, приводящий к фазовому переходу конфайнмент-деконфайнмент.

Квантовая хромодинамика в физически интересной области, на энергиях образования нуклонов из отдельных кварков, является сильновзаимодействующей теорией, поэтому аналитические методы приближенных расчетов - разложение по малой константе связи или киральная теория возмущений, оказываются неприменимыми. В то же время, благодаря интенсивному развитию вычислительной техники, оказалось возможным проводить численное моделирование различных сильнокоррелированных систем. Первые работы по решеточному моделированию были выполнены еще в начале 80-х. С тех пор данная область активно развивается и совершенствуется, и многочисленные результаты, полученные на компьютере, дают хорошее согласие с экспериментами на ускорителях.

Изучение КХД во вращающейся системе представляет серьезный интерес для теоретической и экспериментальной физики в связи с тем, что кварк-глюонная плазма с большой угловой скоростью возникает в реальных физических системах - на экспериментах по нецентральному столкновению тяжелых ионов на LHC (Large Hadron Collider), программе FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research), NICA (Nuclotron-based Ion Collider fAcility), RHIC (The Relativistic Heavy Ion Collider) и в ядрах компактных звезд.

Один из наиболее ярких и интересных эффектов, возникающих в нецентральных столкновениях тяжелых ионов - поляризация Λ , $\bar{\Lambda}$ - гиперонов.

В работах О.Теряева [1] и Ф.Бекаттини [2] было показано, а затем подтверждено численными экспериментами и в эксперименте STAR на ускорителе RHIC [3] - что в процессе соударений пучков, гиперонов, поляризованных в направлении углового момента, образуется больше на 1-2 процента, чем в противоположном направлении.

В вышеперечисленных системах предположительно возникают явления аномального транспорта, а именно - *Киральный Вихревой Эффект* [4] и *Нестабильность Кельвина-Гельмгольца* [5].

В данной работе рассмотрена чистая калибровочная $SU(3)$ теория - глюодинамика, но тем не менее, есть основания полагать, что полученные результаты в той или иной мере распространяются на КХД с фермионами, что является почвой для проведения дальнейших исследований.

Структура работы следующая - в первом пункте будет определена решеточная формулировка задачи и рассказано о методах компьютерного моделирования рассматриваемой задачи. Далее будут представлены результаты исследования системы методом Монте-Карло. В заключении будет приведен анализ полученных результатов и рассказано о дальнейших перспективах.

2 Постановка задачи и теоретическое введение

2.1 Общая задача решеточного моделирования

В стандартной задаче решеточного моделирования производится исследование системы, находящейся в термодинамическом равновесии при некоторой температуре $T = \frac{1}{\beta}$. Как хорошо известно [6], существует аналогия между квантовой механикой D -мерной системы и классической статистической механикой $D + 1$ -мерной. D -мерную квантовую теорию можно рассматривать с точки зрения функционального интеграла в Евклидовом пространстве-времени с метрикой $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$, где вместо времени выступает обратная температура β , и наложены периодические (антипериодические для фермионов) граничные условия.

$$Z(\beta) = \int \mathcal{D}[\Phi] e^{-S_E[\Phi]} \quad (2.1)$$

$$S_E[\Phi] = \int_0^\beta dt \int_{\mathbb{R}^3} L_E(\Phi(t, x), \partial_\mu \Phi(t, x)) \quad (2.2)$$

Для проведения численных расчетов на компьютере, вводится дискретизация пространства в виде решетки, и увеличение количества узлов с уменьшением шага соответствует приближению к непрерывному пределу. Многочисленные методы Монте-Карло (алгоритм Метрополиса, тепловая баня - "Heatbath", Гибридное Монте-Карло "НМС Algorithm", и т.д) обеспечивают генерацию полевых конфигураций с соответствующим весом, и итоговый результат получается путем усреднения по достаточно большому числу конфигураций.

$$\langle O[U] \rangle = \int \mathcal{D}[U] O[U] e^{-S[U]} \quad (2.3)$$

Где $O[U]$ - некоторая наблюдаемая от калибровочного поля.

$$\langle O[U] \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N O[U_n] \quad dP(U) = \frac{1}{Z} \mathcal{D}[U] e^{-S[U]} \quad (2.4)$$

2.2 Формулировка КХД во вращающейся системе

Впервые численные расчеты на решетке для КХД во вращающейся системе были проведены в работе А.Ямамото [7] в контексте измерения углового момента кварков и глюонов. В вышеназванной статье были разработаны теоретические и технические приемы, необходимые для проведения экспериментов. Далее мы будем во многом следовать работе Ямамото.

Вращающуюся систему можно рассматривать как в лабораторной системе отсчета, так и переходя в неинерциальную, вращающуюся совместно с ней. С точки зрения решеточного формализма, первый способ фактически не осуществим, так как вращение кубической решетки плохо определено и наличие явной динамики во времени не позволяет применить стандартные методы для термодинамически равновесных систем.

В связи с этим, в данной работе реализован второй подход, и сам факт нахождения во вращающейся системе отражен в метрике. Гравитационное поле, возни-

кающее при переходе в неинерциальную систему выступает в роли неоднородного внешнего возмущения. Поэтому логично предполагать, что в системе имеет место быть нетривиальная зависимость физических наблюдаемых в зависимости от расстояния до оси вращения.

Для перехода во вращающуюся систему в Евклидовом пространстве-времени необходимо произвести

- 1) Переход из неподвижной системы во вращающуюся ($\phi = \phi' - \Omega t$)
- 2) "Виковский" поворот ($\tau = it$)

Если сначала перейти в неинерциальную систему, а затем произвести поворот Вика, то данная модель будет описывать систему с истинной "Минковской" угловой скоростью $\Omega_M = -\frac{d\phi}{dt}$, но при этом такая формулировка подвержена так называемой проблеме знака, нарушающей сходимость методов Монте-Карло. Поэтому в данной работе переходы произведены в обратном порядке, и система вращается с мнимой "Евклидовой" угловой скоростью $\Omega_E = -\frac{d\phi}{d\tau}$, где не возникает вышеназванного затруднения. Результаты для реальной физической системы получаются аналитическим продолжением с мнимой оси.

Переход из неподвижной системы во вращающуюся в Декартовых координатах $\vec{x} = (x, y, z, \tau)$ выглядит следующим образом [8]: $dx_i = dx'_i - \epsilon^{ijk}\Omega_j x_k d\tau$. Тогда метрический тензор принимает следующий вид:

$$g_{\mu\nu} = \frac{\partial x_\mu}{\partial x'_\alpha} \frac{\partial x_\nu}{\partial x'_\beta} g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & y\Omega \\ 0 & 1 & 0 & -x\Omega \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ y\Omega & -x\Omega & 0 & 1 + r^2\Omega^2 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Где направление вращения выбрано вдоль оси z , и $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ - расстояние от данной точки до оси вращения. Как известно, движение со скоростью, превышающей скорость света - невозможно : в Минковском пространстве компонента g_{00} принимала бы отрицательные значения для $\Omega r > 1(c)$, с соответствующим нарушением принципа причинности. В Евклидовом пространстве в явном виде данная проблема не возникает, но аналитическое продолжение на действительную ось уже не является справедливым. Поэтому условие $\Omega r < 1$ должно выполняться в любой точке, тем самым принципиально возможно рассмотрение только ограниченной в пространстве системы.

Общековариантная форма действия Янга-Миллса для глюонов в непрерывной теории имеет вид:

$$S_G = -\frac{1}{2g_{YM}^2} \int d^4x \sqrt{g} g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} F_{\mu\alpha}^{(a)} F_{\nu\beta}^{(a)} \quad (2.6)$$

Где греческие буквы соответствуют Лоренцевым индексам, а латинские - цветовым. Подстановка метрики (2.5) в (2.6) дает

$$\begin{aligned} S_G = \frac{1}{g_{YM}^2} \int d^4x \text{tr} [& (1 + r^2\Omega^2) F_{xy} F_{xy} + (1 + y^2\Omega^2) F_{xz} F_{xz} + (1 + x^2\Omega^2) F_{yz} F_{yz} + \\ & + F_{x\tau} F_{x\tau} + F_{y\tau} F_{y\tau} + F_{z\tau} F_{z\tau} + \\ & + 2y\Omega(F_{xy} F_{y\tau} + F_{xz} F_{z\tau}) - 2x\Omega(F_{yx} F_{x\tau} + F_{yz} F_{z\tau}) + 2xy\Omega^2 F_{xz} F_{zy}] \end{aligned}$$

Для проведения компьютерного моделирования необходимо произвести дискретизацию пространства времени. В данной работе мы рассматриваем кубические решетки вида $N_t \times N_s^3$ or $N_t \times N_s^2 \times N_z$, где N_t, N_s, N_z - обозначают количество шагов во временном, пространственных, перпендикулярных оси вращения, пространственном вдоль оси вращения направлениях соответственно. Решеточное действие принимает следующий вид

$$\begin{aligned}
S_G = \beta \sum_x & (1 + r^2 \Omega^2) \left(1 - \frac{1}{N_c} \text{Re tr } \bar{U}_{xy}\right) + (1 + y^2 \Omega^2) \left(1 - \frac{1}{N_c} \text{Re tr } \bar{U}_{xz}\right) + \\
& + (1 + x^2 \Omega^2) \left(1 - \frac{1}{N_c} \text{Re tr } \bar{U}_{yz}\right) + 3 - \frac{1}{N_c} \text{Re tr } (\bar{U}_{x\tau} + \bar{U}_{y\tau} + \bar{U}_{z\tau}) - \\
& - \frac{1}{N_c} \text{Re tr } (y\Omega(\bar{V}_{xy\tau} + \bar{V}_{xz\tau}) - x\Omega(\bar{V}_{yx\tau} + \bar{V}_{yz\tau})) + xy\Omega^2 \bar{V}_{xzy}
\end{aligned} \quad (2.8)$$

Для получения в действии компонент вида $F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ используется, так называемое "клеверообразное" (clover-type average) среднее. Так как в теории есть зависимость метрики от расстояния до оси вращения, то в отличие от невращающегося случая, где такая замена сводится просто к пересуммированию, из-за зависимости коэффициента перед U_{ij} от расстояния до оси вращения r - данное изменение существенно и дает меньшую ошибку дискретизации.

$$\bar{U}_{\mu\nu} = \frac{1}{4} \left\{ \begin{array}{c} \nu \uparrow \\ \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \\ \mu \rightarrow \end{array} \right\}$$

Для получения компонент вида $F_{\mu\nu}F_{\nu\rho}$ мы используем антисимметричное среднее по "стульям".

$$V_{\mu\nu\rho} = \frac{1}{8} \left\{ \begin{array}{c} \rho \uparrow \\ \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \\ \nu \nearrow \\ \mu \rightarrow \\ \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \\ \rho \uparrow \\ \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \\ \nu \nearrow \\ \mu \rightarrow \end{array} \right\}$$

Рассмотрим выражение (2.8). Если бы теория была изначально сформулирована в терминах "Минковской" угловой скорости, то 2 члена в нижней строчке, пропорциональные Ω - стали чисто мнимыми, такое действие становится комплексным, что приводит к осциллирующему поведению алгоритмов Монте-Карло, с последующим нарушением сходимости к равновесному распределению. Поэтому набор статистики для физических наблюдаемых стал бы крайне затруднительным и достоверность полученных результатов подвергается серьезным сомнениям. В то же время, для "Евклидовой" угловой скорости вышеупомянутая проблема не возникает.

2.3 Понятие температуры в неинерциальной системе отсчета

Наличие гравитационного поля оказывает существенное влияние на термодинамику системы. Сохраняющейся величиной является не сама энергия, а комбинация $E\sqrt{g_{00}}$ [9]. В качестве простого примера, рассмотрим свободную скалярную теорию в термодинамическом равновесии. Приводимые ниже выкладки распространяются на более сложные теории, в частности, неабелевы калибровочные теории и КХД без принципиальных изменений.

Ковариантная форма Лагранжиана скалярного поля имеет вид :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi = \frac{1}{2}g^{00}\partial_0\phi\partial_0\phi + g^{0i}\partial_0\phi\partial_i\phi + \frac{1}{2}g^{ij}\partial_i\phi\partial_j\phi$$

Для перехода к Гамильтониану, находим канонический импульс и производим преобразование Лежандра.

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_0\phi)} = g^{00}\partial_0\phi + g^{0i}\partial_i\phi \Rightarrow \partial_0\phi = \frac{1}{g^{00}}(\pi - g^{0i}\partial_i\phi) \\ \mathcal{H} = \pi\partial_0\phi - \mathcal{L} &= \frac{1}{g^{00}}\pi(\pi - g^{0i}\partial_i\phi) - \left(\frac{1}{2g^{00}}(\pi - g^{0i}\partial_i\phi)^2 + \frac{g^{0j}}{g^{00}}(\pi - g^{0i}\partial_i\phi)\partial_j\phi + \frac{1}{2}g^{ij}\partial_i\phi\partial_j\phi \right) = \\ &= \frac{\pi^2}{2g^{00}} + \pi g^j\partial_j\phi + \frac{1}{2}\gamma^{ij}\partial_i\phi\partial_j\phi \end{aligned} \quad (2.9)$$

Где введены обозначения : $\gamma^{ij} = -g^{ij} + \frac{g^{0i}g^{0j}}{g^{00}}$, $g^i = -\frac{g^{0i}}{g^{00}}$

В статической физике статистическая сумма имеет вид

$$\mathcal{Z} = \text{Tr}e^{-\beta H} = \int \mathcal{D}\pi\mathcal{D}\phi e^{-\beta H(\pi,\phi)}$$

При разбиении β на бесконечно малые части и последующем суммировании формулируем задачу статической физики в терминах Евклидовой теории поля. Тогда производя обратное преобразование Лежандра во мнимом времени, получаем

$$\mathcal{L}_E = i\pi\partial_0\phi - \mathcal{H} = \pi\partial_0\phi - \left(\frac{\pi^2}{2g^{00}} + \pi g^j\partial_j\phi + \frac{1}{2}\gamma^{ij}\partial_i\phi\partial_j\phi \right)$$

Беря интеграл по импульсам действуем согласно стандартной технике работы с Гауссовыми интегралами.

$$i\partial_0\phi - \frac{\pi}{g^{00}} - g^i\partial_i\phi = 0 \Rightarrow \pi = g^{00}(i\partial_0\phi - ig^i\partial_i\phi)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_E &= ig^{00}(i\partial_0\phi - ig^i\partial_i\phi)\partial_0\phi - \left(\frac{g^{00}}{2}(i\partial_0\phi - ig^i\partial_i\phi)^2 + (g^j\partial_j\phi)g^{00}(i\partial_0\phi - ig^i\partial_i\phi) + \frac{1}{2}\gamma^{ij}\partial_i\phi\partial_j\phi \right) = \\ &= -\frac{1}{2}g^{00}\partial_0\phi\partial_0\phi - ig^{0i}\partial_0\phi\partial_i\phi + \frac{1}{2}g^{ij}\partial_0\phi\partial_0\phi \end{aligned}$$

Таким образом, статсумма в Евклидовой теории поля имеет вид

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}\phi e^{-\frac{1}{2}\int d^4x\sqrt{|g|}(g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi)} \quad \partial_\mu\phi = (i\partial_0\phi, \partial_i\phi) \quad (2.10)$$

В интеграле $\int d^4x$ - интегрирование по Евклидовому времени вводится в пределах $x_4 \in [0, \beta]$. В качестве температуры выступает не само значение $\frac{1}{\beta}$, наличие гравитационного поля модифицирует ее вид за счет метрического фактора.

$$\int d^4x\sqrt{|g|} = \int_0^\beta d\tau\sqrt{|g_{00}|} \int d^3x\sqrt{|\gamma|}$$

Таким образом, в качестве аналога обратной температуры в неинерциальной системе нужно понимать следующее выражение - $\int_0^\beta d\tau\sqrt{|g_{00}|}$.

2.4 Фазовый переход конфайнмент-деконфайнмент

Как известно [10], в чистой калибровочной теории Янга-Миллса $SU(N)$ существуют две фазы - фаза конфайнмента при низких температурах, когда потенциал взаимодействия между двумя зарядами растет неограниченно по линейному закону с увеличением расстояния. И фаза деконфайнмента - где материя представляет собой слабо взаимодействующий газ кварков и глюонов. На данный момент нет самосогласованного и однозначного определения фазового перехода для полной КХД с полями материи, потому что в теории с фермионами на расстояниях порядка 1 фм энергия струны между зарядами становится достаточной для того, чтобы родить пару кварк-антикварк. В то же время, распространенное определение про отсутствие асимптотических заряженных по цветовой группе состояний не совсем является корректным в связи с тем, что в теориях типа Хиггса или Юкавы, взаимодействие возможно лишь на расстояниях порядка корреляционной длины.

Для изучения калибровочной теории используется *Вильсоновская Петля*, определяемая, как среднее значение от \mathcal{T} - упорядоченной экспоненты интеграла калибровочного поля по замкнутому контуру.

$$W[C] = \langle \mathcal{T} \left[\exp ig \oint_C A_\mu dx^\mu \right] \rangle \quad A_\mu = A_{\mu a} T^a \quad (2.11)$$

Частным случаем Вильсоновской Петли является *Петля Полякова* - контур, наматывающийся вдоль временного направления в системе с периодическими граничными условиями.

$$\mathcal{L} = \langle \mathcal{T} \left[\exp ig \oint_{[0,T]} A_\mu dx^\mu \right] \rangle \quad (2.12)$$

Выражение в экспоненте - это свободная энергия F_q одиночного заряда. В фазе конфайнмента энергия, необходимая для того, чтобы разнести заряды на бесконечное расстояние друг от друга - бесконечна, соответственно и $\langle L = 0 \rangle$. В фазе деконфайнмента же F_q конечна, поэтому и Петля Полякова принимает ненулевое значение.

$$|\langle L \rangle| \sim e^{-F_q/T} \quad (2.13)$$

Подынтегральное выражение является скаляром по отношению к диффеоморфизмам - следовательно ковариантно, поэтому наблюдатель в инерциальной и неинерциальной системе отсчета будут одновременно измерять нулевое (ненулевое) значение линии Полякова. Решеточная форма линии Полякова также не претерпевает изменений:

$$L(m) = tr \prod_{t=0}^{N_t-1} U_4(m, t) \quad \langle L \rangle = \frac{1}{N_s^2 N_z} \sum_{\mathbf{m}} L(\mathbf{m}) \quad (2.14)$$

Где U_4 - обозначает полевую переменную (линк) в пространственном направлении и сумма производится по всем точкам пространства.

Вблизи фазового перехода в системе происходят значительные флуктуации и поэтому положение фазового перехода удобно определять по положению пика *восприимчивости* Петли Полякова - $\chi = \langle L^2 \rangle - \langle L \rangle^2$. Характерное поведение Петли Полякова и восприимчивости представлено на Рис (1)

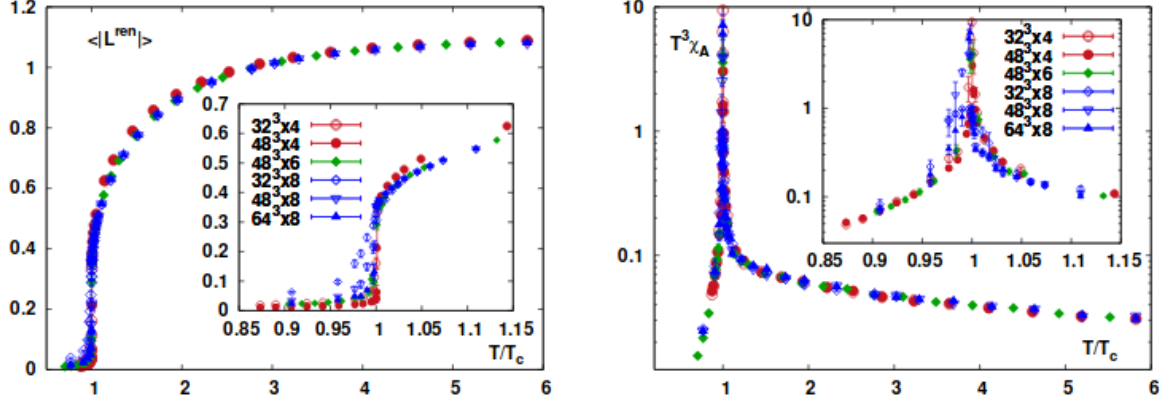


Рис. 1: Температурная зависимость модуля Поляковской линии и ее восприимчивости $|\langle L \rangle|$ в $SU(3)$ калибровочной теории для различных размеров решетки. Изображение взято из источника [11]

2.5 Граничные условия

В связи с необходимостью соблюдать принцип причинности $\Omega r < c$ рассматриваемая система неизбежно ограничена и серьезный вопрос представляет постановка граничных условий. Как показано в работе М.Чернодуба [12] на примере теории с фермионами с модели Намбу-Лазиньо, выбор граничных условиях существенно влияет на фазовую диаграмму модели и киральные явления. Вне вращающейся области находится вакуум, поэтому граничные условия должны обеспечивать отсутствие потока энергии через поверхность, ограничивающую систему. Тензор энергии-импульса для действия (2.6) имеет вид :

$$\begin{aligned}
 T_{\mu\nu} &= 2 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g^{\mu\nu}} - g_{\mu\nu} \mathcal{L} = \\
 &= -\frac{1}{g_{YM}^2} (g^{\alpha\beta} F_{\mu\alpha}^{(a)} F_{\nu\beta(a)} + g^{\rho\sigma} F_{\rho\mu}^{(a)} F_{\sigma\nu(a)}) + \frac{1}{2g_{YM}^2} g_{\mu\nu} g^{\rho\sigma} g^{\alpha\beta} F_{\rho\alpha}^{(a)} F_{\sigma\beta(a)} = \\
 &= -\frac{2}{g_{YM}^2} g^{\alpha\beta} F_{\mu\alpha}^{(a)} F_{\nu\beta(a)} + \frac{1}{2g_{YM}^2} g_{\mu\nu} g^{\rho\sigma} g^{\alpha\beta} F_{\rho\alpha}^{(a)} F_{\sigma\beta(a)} \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

Вектор Пойнтинга, численно равный по модулю потоку энергии через площадку в единицу времени имеет вид :

$$S^i = T^{0i} = g^{0\mu} g^{i\nu} T_{\mu\nu}$$

Один из простейших способов устранить поток энергии через границу - так называемые "открытые" граничные условия, с занулением производной по направлению нормали. Калибровочно-инвариантная форма граничных условий имеет следующий вид - $F_{xk} = 0, F_{yk} = 0$ ($k \in [0..3]$) на границе. В решеточном моделировании данные граничные условия можно реализовать, зануляя все исходящие из граней x, y калибровочные переменные [13].

В настоящей работе вопрос с выбором правильных граничных условий остается открытым. Были проведены измерения с периодическими граничными условиями, как в стандартной задаче решеточного моделирования, но соответствующие сшиванию областей с различной линейной скоростью, и граничными условиями Дирихле,

где все калибровочные переменные на поверхности приравниваются единице, что означает зануление поля и наличие вакуума вне системы.

Существенным является тот факт, что система находится при конечной температуре. Как показано в работе М.Чернодуба, для фермионов, в пределе $T \rightarrow 0$ вклад от вращения в термодинамические потенциалы стремится в 0, что вполне осмысленно с точки зрения физических соображений, так как в вакууме нет материи, следовательно, и нечему вращаться.

В реальных физических экспериментах по соударению тяжелых ионов возникают сложные взаимодействия между адронами, поле скоростей имеет довольно сложную пространственную зависимость, поэтому и выбор граничных условий из физических соображений является нетривиальной задачей.

Для временного направления и направления вдоль оси вращения z - выбраны периодические граничные условия как в стандартной решеточной формулировке.

3 Характеристики вычислений

В данной работе произведены вычисления на решетках следующих размеров ($N_t \times N_s^3 = 6 \times 18^3, 8 \times 24^3, 10 \times 30^3$), для того, чтобы убедиться в достаточной малости ошибок дискретизации и близости к непрерывному пределу. Кроме того был проварьирован размер решетки в направлении оси вращения ($N_z = 20, 24, 30$), при постоянном размере во временном и пространственных направлениях, перпендикулярных оси вращения $N_t \times N_s^2 = 8 \times 24^2$.

В качестве параметров решеточного моделирования выступают также голая константа связи β и соответствующий ей шаг решетки, угловая скорость измеренная в единицах $c/(a(\beta)L_s)$, а затем переведенная в физические единицы (МэВ). Физический объем и температура системы задаются следующими выражениями

$$V_{phys} = (a(\beta)N_s)^3 \quad [a(\beta)^3 N_s^2 N_z] \quad T = \frac{1}{a(\beta)N_t} \quad (3.1)$$

Рассмотренный диапазон температур 230 – 320 МэВ для периодических граничных условий и 350 – 430 МэВ для условий Дирихле.

Граничные условия фиксировались двумя способами - периодические, как в стандартной задаче решеточного моделирования, и Дирихле - обеспечивающие зануление поля снаружи. Несмотря на то что с точки зрения физических соображений первый способ не совсем корректен, так как сшивает две точки с различным действием, при достаточно большом объеме данный метод дает осмысленный результат.

4 Результаты моделирования

4.1 Периодические граничные условия

Как хорошо известно из многочисленных экспериментов на решетке, фазовый переход в $SU(3)$ Глюодинамике происходит при температуре ~ 280 МэВ. В настоящей работе была измерена зависимость параметра порядка - Поляковской линии от температуры. Значение для невращающейся решетки согласуется с известным значением 277 ± 2 МэВ. На Рис (2) представлены результаты измерения Поляковской Линии для различных значений угловой скорости на решетке 8×24^3 в окрестности фазового перехода.

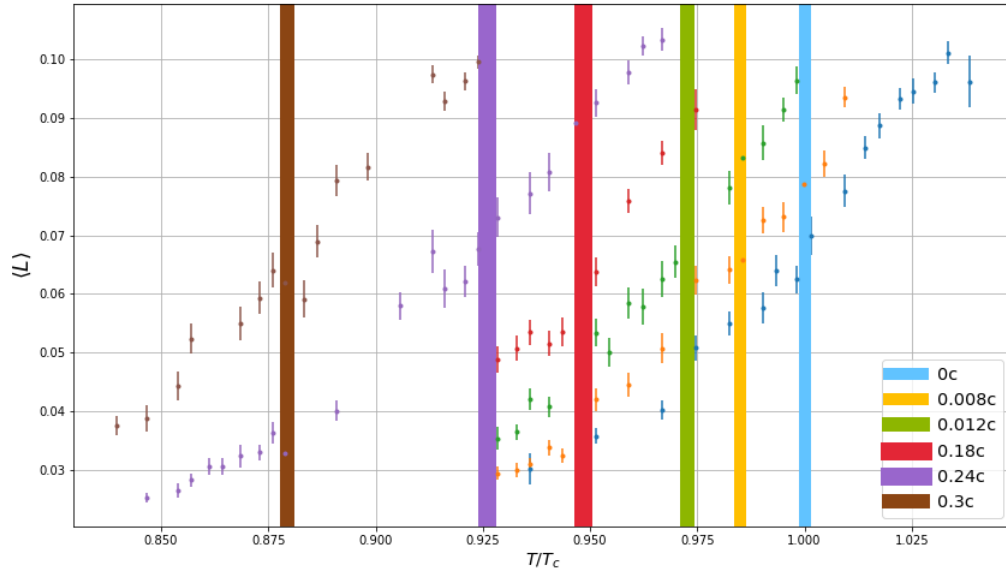


Рис. 2: Среднее значение Поляковской петли в зависимости от угловой скорости в окрестности фазового перехода. Температура измеряется в единицах - критической температуры при нулевой угловой скорости

Для определения критической температуры T_c - удобно строить *восприимчивость* $\chi = \langle L^2 \rangle - \langle L \rangle^2$ и определять T_c по положению пика. В районе пика функция $\chi(T)$ - неплохо приближается Гауссовым распределением $\chi(T) = a_0 + a_1 \exp(-\frac{(T-T_0)^2}{2\sigma^2})$. На Рис (3) представлена зависимость $\chi(T)$ - при тех же значениях угловой скорости, аппроксимирующие кривые, и найденное значение критической температуры T_c .

По полученным значениям далее строится график зависимости критической температуры от угловой скорости - Рис (4) . Для мнимой "Евклидовой" угловой скорости наблюдается убывание по закону, близкому к квадратичному, во всяком случае в изучаемой области. Тогда для истинной "Минковской" угловой скорости - температура фазового перехода растет по квадратичному закону. На Рис (5) - изображена зависимость, полученная аналитическим продолжением в пространство Минковского.

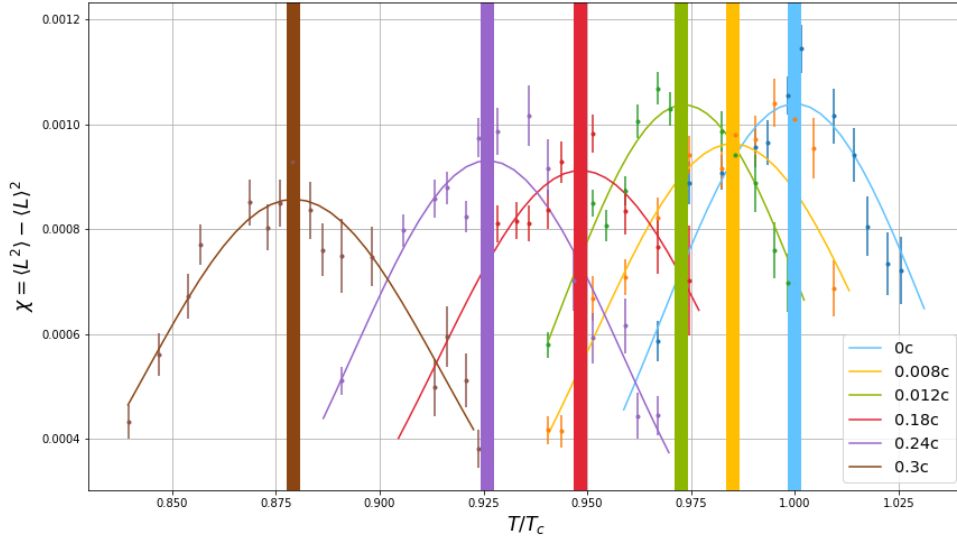


Рис. 3: Восприимчивость Поляковской петли $\chi = \langle |L|^2 \rangle - \langle |L| \rangle^2$ для различных значений угловой скорости. В окрестности фазового перехода для каждого из рассматриваемых значений зависимость аппроксимируется Гауссовым распределением. Вертикальные линии соответствуют критической температуре, а их толщина - погрешности измерений.

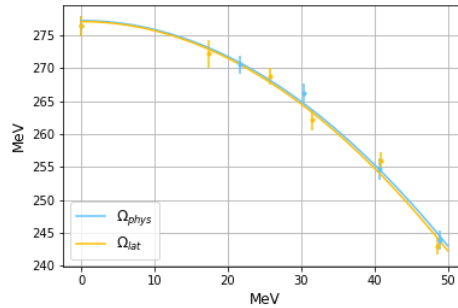


Рис. 4: Зависимость критической температуры фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент от угловой скорости. Фиксация произведена двумя способами - в решеточных единицах (с / шаг решетки), и физических - (МэВ).

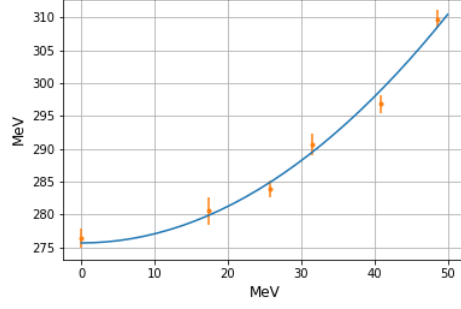


Рис. 5: Зависимость критической температуры, полученная аналитическим продолжением в пространство Минковского

4.2 Анализ эффектов конечного объема и дискретизация

Для того, чтобы убедиться в том, что эффекты конечного объема и ошибки дискретизации не оказывают существенного влияния на измеренные значения физических наблюдаемых были проведены измерения для трех типов решеток ($N_t \times N_s^2 \times N_z = 6 \times 18^2 \times 18, 8 \times 24^2 \times 24, 10 \times 30^2 \times 30$). Физический объем и угловая скорость на границе системы остаются фиксированными. Как показывают результаты моделирования на Рис (6), для рассматриваемых решеток, шаг дискретизации достаточно мал, а число узлов велико для приближения с приемлемой точностью к непрерывному пределу.

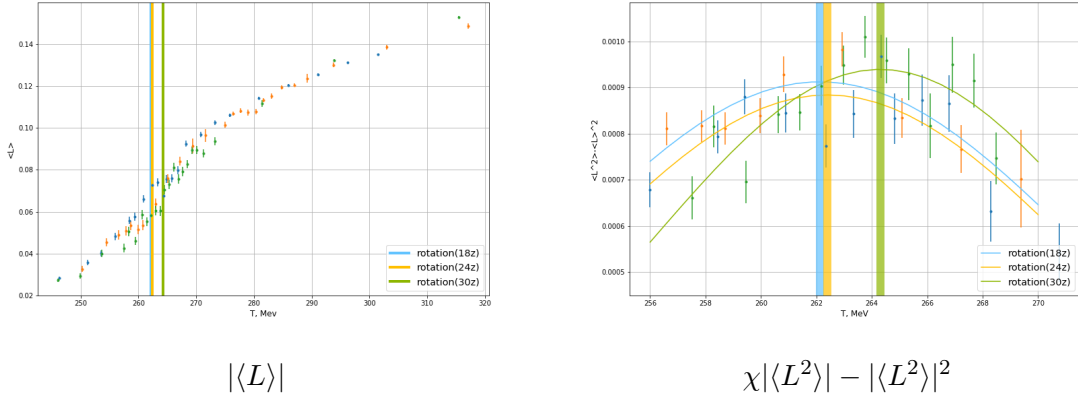


Рис. 6: Температурная зависимость петли Полякова $|\langle L \rangle|$ (слева) и восприимчивости χ (справа) для угловой скорости 31 МэВ.

Кроме того, было произведено варьирование размера решетки вдоль оси вращения, при сохранении тех же параметров ($N_t \times N_s^2 \times 8 \times 24^2$) для решетки во временном направлении, и перпендикулярных оси вращения. Для всех рассмотренных значений $L_z = 20, 24, 30$, как показано на Рис (7), полученные результаты согласуются друг с другом в пределах ошибки.

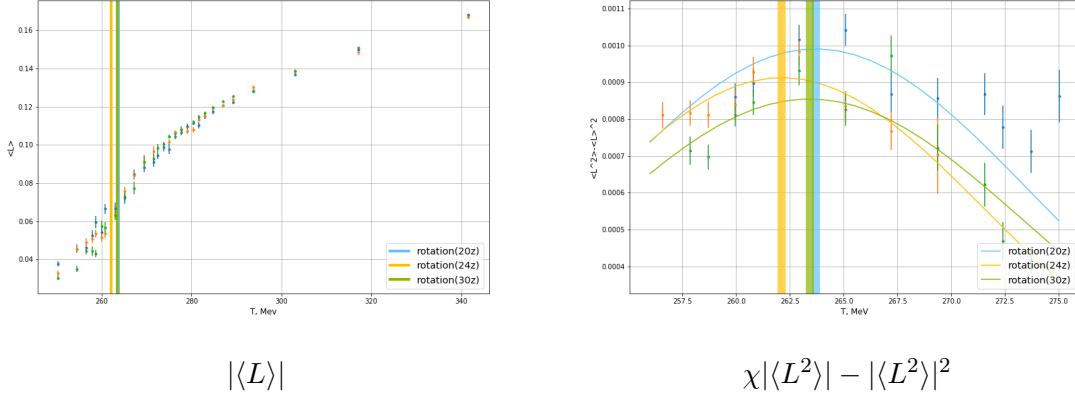


Рис. 7: Температурная зависимость петли Полякова $|\langle L \rangle|$ (слева) и восприимчивости χ (справа) для угловой скорости 31 МэВ.

4.3 Граничные условия Дирихле

С одной стороны, при данном выборе граничных условий не происходит сшивки физически различных областей и постановка задачи более корректна. Но в то же время при такой постановке предполагается, что снаружи находится вакуум с нулевой температурой. Поэтому на границе возникает переходный слой с температурой варьирующейся от 0 до некоторого максимального значения в центре - следовательно, и Поляковская Линия на границе будет равна нулю и в области в районе и выше фазового перехода приобретать ненулевое значение по мере продвижения к центру системы, что и наблюдается на Рис (8).

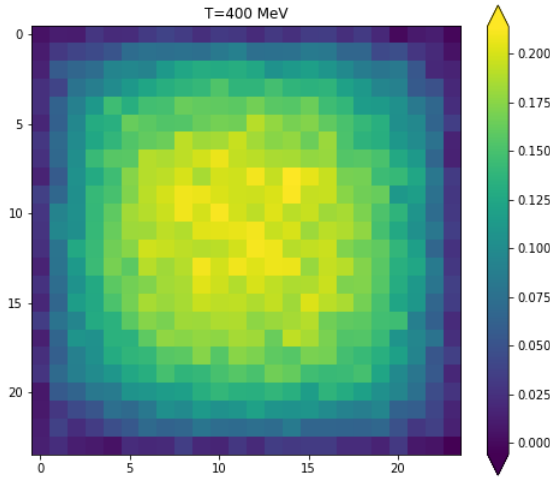


Рис. 8: Распределение Поляковской Петли в районе фазового перехода для нулевой угловой скорости.

Внешнее пространство, заполненное вакуумом выступает в роли холодильника - поэтому температура фазового перехода претерпела существенное повышение до значений ~ 410 МэВ. Кроме того, наличие переходного слоя эффективно огра-

ничивает размер системы - тем самым усиливаются эффекты конечного объема, что приводит к росту ошибок дискретизации. Тем не менее, как и для периодических граничных условий, как видно из Рис (9) и Рис (10) - зависимость от угловой скорости имеет тот же характер.

На Рис (11) построена зависимость критической температуры T_c от угловой скорости, аналитически продолженная на действительные значения угловой скорости.

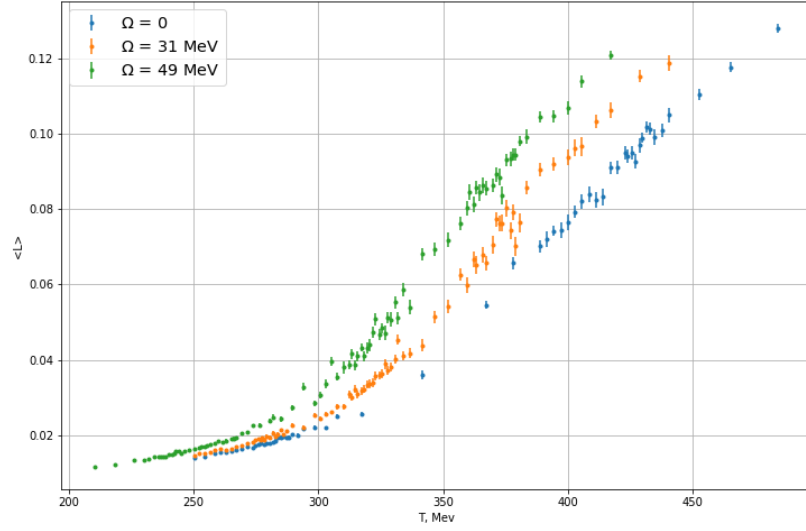


Рис. 9: Восприимчивость Поляковской петли $\chi = \langle |L|^2 \rangle - \langle |L| \rangle^2$ для различных значений угловой скорости.

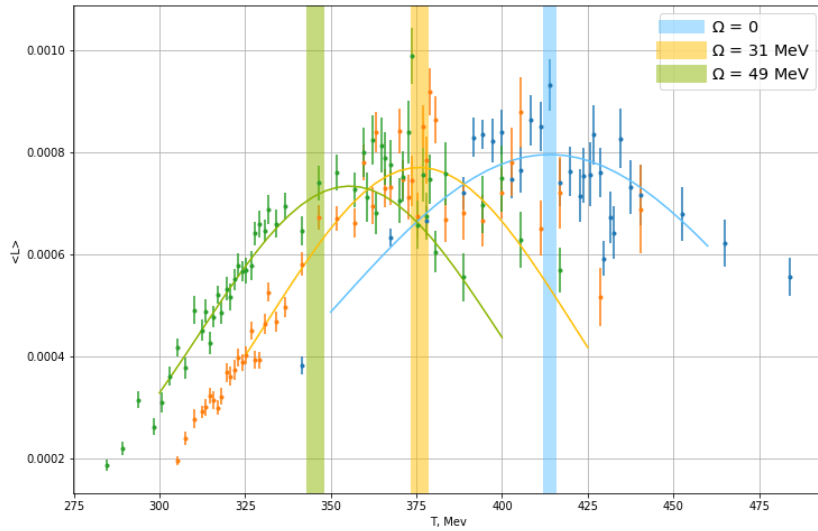


Рис. 10: Восприимчивость Поляковской петли $\chi = \langle |L|^2 \rangle - \langle |L| \rangle^2$ для различных значений угловой скорости.

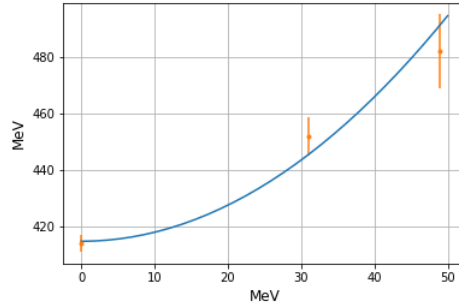


Рис. 11: Зависимость температуры фазового перехода для граничных условий Дирихле, полученная аналитическим продолжением в пространство Минковского.

5 Обсуждение результатов и заключение

Таким образом, в данной работе было проведено измерение температуры фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент во вращающейся системе для различных значений угловой скорости. В результате было получено, что в исследуемой области значений - температура фазового перехода растет по закону, близкому к квадратичному, как для периодических, так и для открытых граничных условий. Тем не менее, оба из рассмотренных подходов имеют свои недостатки. Для получения физически строгого результата требуется рассматривать систему, которая с одной стороны будет достаточно большой, чтобы граничные эффекты не оказывали существенного влияния на физику в объеме, но в то же время, строго говоря, переход к бесконечно большому объему невозможен в силу необходимости соблюдать принцип причинности и соответственно справедливость аналитического продолжения из мнимых значений угловой скорости.

Полученный результат является достаточно неожиданным, в связи с тем, что с точки зрения определения температуры в неинерциальной системе отсчета $T\sqrt{g_{00}}$ - логично было бы предполагать понижение температуры фазового перехода для вращения с действительной угловой скоростью в пространстве Минковского, полученные же результаты свидетельствуют об обратном. На данный момент, у автора нет объяснения обнаруженного явления и поиск ответа на данный вопрос является почвой для проведения дальнейших исследований и теоретического анализа.

Кроме того, серьезным вопросом остается выбор корректных граничных условий для рассматриваемой задачи. Хотелось бы выбрать такие граничные условия, которые, с одной стороны, обеспечивали бы непрерывную с точки зрения метрики или действия шивку, и в то же время важно минимизировать размер возникающего переходного слоя и его влияние на термодинамику системы.

Настоящая работа является только первым шагом в изучении поведения КХД и сильновзаимодействующих теорий в неинерциальных системах отсчета. Кроме изменения фазовой диаграммы, гравитационные эффекты могут вносить и другие более тонкие явления и эффекты. Дальнейшие эксперименты и теоретический анализ позволят добиться более глубокого и обширного понимания процессов на адронных ускорителях, в недрах горячих звезд, и, возможно, на ранних этапах формирования Вселенной.

Список литературы

- [1] Mircea Baznat, Konstantin Gudima, Alexander Sorin, and Oleg Teryaev. Hyperon polarization in heavy-ion collisions and holographic gravitational anomaly. *Phys. Rev.*, C97(4):041902, 2018. [arXiv:1701.00923](#), [doi:10.1103/PhysRevC.97.041902](#).
- [2] F. Becattini, L. Csernai, and D. J. Wang. Λ polarization in peripheral heavy ion collisions. *Phys. Rev.*, C88(3):034905, 2013. [Erratum: *Phys. Rev. C*93,no.6,069901(2016)]. [arXiv:1304.4427](#), [doi:10.1103/PhysRevC.93.069901](#), [10.1103/PhysRevC.88.034905](#).
- [3] L. Adamczyk et al. Global Λ hyperon polarization in nuclear collisions: evidence for the most vortical fluid. *Nature*, 548:62–65, 2017. [arXiv:1701.06657](#), [doi:10.1038/nature23004](#).
- [4] Dmitri E. Kharzeev and Dam T. Son. Testing the chiral magnetic and chiral vortical effects in heavy ion collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 106:062301, 2011. [arXiv:1010.0038](#), [doi:10.1103/PhysRevLett.106.062301](#).
- [5] L. P. Csernai, D. D. Strottman, and Cs. Anderlik. Kelvin-Helmholtz instability in high energy heavy ion collisions. *Phys. Rev.*, C85:054901, 2012. [arXiv:1112.4287](#), [doi:10.1103/PhysRevC.85.054901](#).
- [6] Alexander M. Polyakov. Gauge Fields and Strings. *Contemp. Concepts Phys.*, 3:1–301, 1987.
- [7] Arata Yamamoto and Yuji Hirono. Lattice QCD in rotating frames. *Phys. Rev. Lett.*, 111:081601, 2013. [arXiv:1303.6292](#), [doi:10.1103/PhysRevLett.111.081601](#).
- [8] Лифшиц Е. М. Ландау Л. Д. *Теоретическая физика в 10 томах. Том 2. Теория поля*. М.: Физматлит, 2006.
- [9] Лифшиц Е. М. Ландау Л. Д. *Теоретическая физика в 10 томах. Том 5. Статистическая физика*. М.: Физматлит, 2005.
- [10] Jeff Greensite. An introduction to the confinement problem. *Lect. Notes Phys.*, 821:1–211, 2011. [doi:10.1007/978-3-642-14382-3](#).
- [11] P M Lo. Polyakov loop susceptibilities in pure gauge system. *Journal of Physics: Conference Series*, 503:012034, apr 2014. URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/503/1/012034>, [doi:10.1088/1742-6596/503/1/012034](#).
- [12] M. N. Chernodub and Shinya Gongyo. Interacting fermions in rotation: chiral symmetry restoration, moment of inertia and thermodynamics. *JHEP*, 01:136, 2017. [arXiv:1611.02598](#), [doi:10.1007/JHEP01\(2017\)136](#).
- [13] Martin Luscher. Topology, the Wilson flow and the HMC algorithm. *PoS, LATTICE2010*:015, 2010. [arXiv:1009.5877](#), [doi:10.22323/1.105.0015](#).